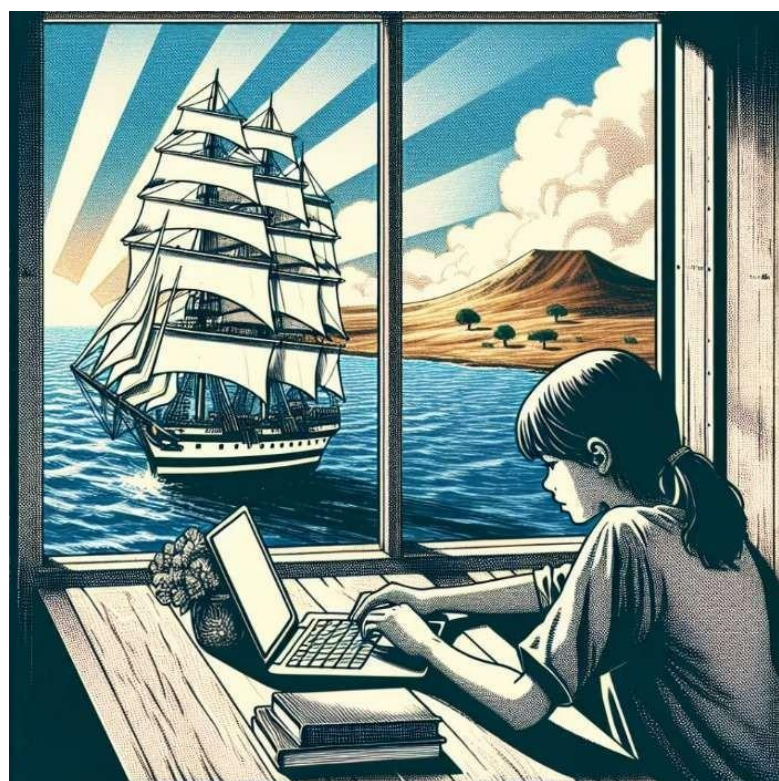
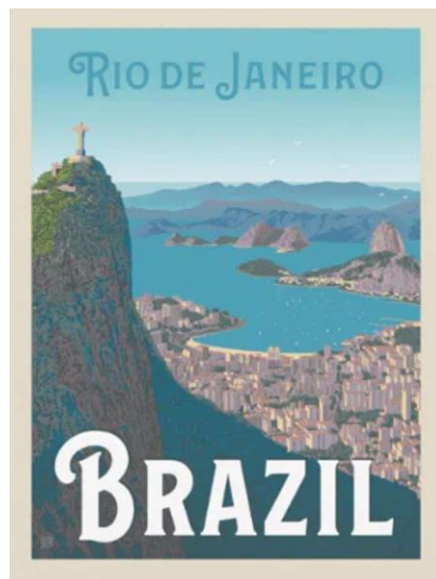


Чи варто Габріелові завітати до Марії?

Стислий вступ до теореми Баєса

Марія та Габріел – давні друзі з Порту-Сеґуру, невеличкого острова посеред Атлантичного океану. Марія сумує за Габріелом, який вступив до військово-морського флоту та вирушив у далеке плавання на навчальному вітрильнику «Серґаш». Марія дуже зраділа, отримавши від Габріела листівку, надіслану з Ріо-де-Жанейро. Він написав, що завітає до Марії, коли «Серґаш» дорогою до Лісабона пришвартується на їхньому острові на три дні.

Та якби ж так! На Порту-Сеґуру і на «Серґаші» стався спалах COVID-19, отже Марія та Габріел мусили пройти тест на вірус. Друзі скористалися експрес-тестом COVRAPID, і обоє отримали позитивний результат! Спалах на кораблі був сильніший, ніж на острові: частка інфікованих у команді вітрильника становила близько 7 %, а серед населення острова – 1 %.



Зображення згенеровано за допомогою Vello AI

Габріел написав Марії електронною поштою, що їм можна зустрітися, бо обоє отримали позитивні результати тесту COVRAPID, і тому ймовірність того, що вони справді захворіли, для них обох однакова.

Але Марія щойно вивчила теорему Баєса, яка стверджує, що ця ймовірність пов'язана не лише з характеристиками тесту COVRAPID (частка істинно позитивних результатів, або чутливість, TP , та частка хибно позитивних результатів, FP), а й з поширеністю інфекції. На жаль, COVID-19 поширився на кораблі значно сильніше, ніж на острові.



Eurachem

A FOCUS FOR
ANALYTICAL CHEMISTRY
IN EUROPE

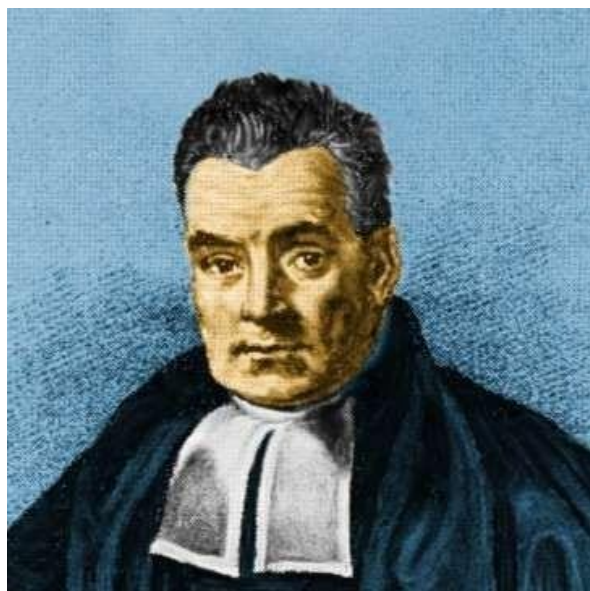
Марія надіслала Габріелові настанову Eurachem/CITAC з якісного аналізу*, щоби він зрозумів, як характеристики тесту на COVID та поширеність інфекції впливають на ймовірність інфікованості:

$$PP(\text{Maria}) = \frac{0,01 \cdot TP}{0,01 \cdot TP + (1 - 0,01) \cdot FP} = 0,620 = 62,0 \%$$

$$PP(\text{Gabriel}) = \frac{0,07 \cdot TP}{0,07 \cdot TP + (1 - 0,07) \cdot FP} = 0,924 = 92,4 \%$$

де $PP(\text{Maria})$ та $PP(\text{Gabriel})$ – це ймовірності того, що Марія та Габріел інфіковані, за умови, що $TP = 81 \%$ і $FP = 0,5 \%$. У теоремі Баєса ці ймовірності називають «апостеріорними ймовірностями», оскільки вони є результатом оновлення початкової інформації, що ґрунтується на поширеності COVID-19, з урахуванням нової інформації, тобто позитивного результату тесту.

Порахував Габріел за тими формулами та й засумнівався, чи варто йому йти до Марії зараз – він, найвірогідніше, уже захворів, а через його відвідини може зрости ймовірність заразитися для Марії, якщо результат її тесту був хибно позитивним. Друзі сподіваються, що коли знову трапиться нагода зустрітися, імовірності їм сприятимуть.



Томас Баєс (1701–1761) – англійський пресвітеріанський священник і статистик, відомий тим, що сформулював теорему, яка описує, як змінюється ймовірність події (наприклад, інфікування) відповідно до нової інформації (теорема Баєса).

[Зображення – суспільне надбання, Wikimedia Commons]

Література

* R Bettencourt da Silva and S L R Ellison (eds.) Eurachem/CITAC Guide: Assessment of performance and uncertainty in qualitative chemical analysis. First Edition, Eurachem 2021. Available from <https://www.eurachem.org>.